Schnellübung 2

Mechanik 1 – Kinematik und Statik

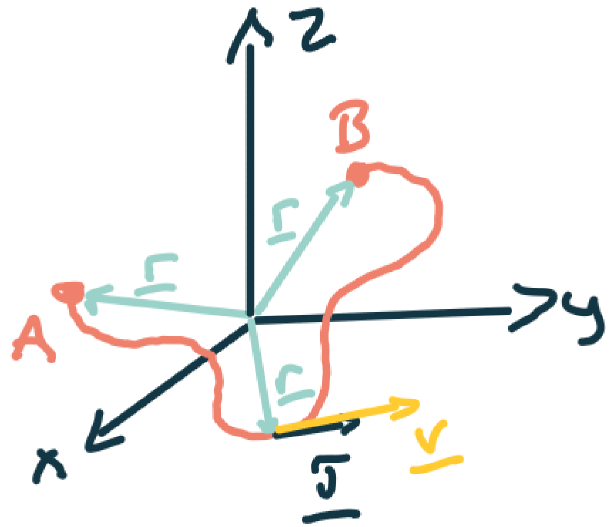
Sejohn Uruthiralingam
suruthiralin@ethz.ch

SCAN ME

n.ethz.ch/~suruthiralin

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 2



Ortsvektor und Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit ist die zeitliche Ableitung des Ortsvektors: $\underline{v}(t) = \underline{\dot{r}}(t)$

"Veränderung"

Mit kartesischer Basis:

$$\underline{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{pmatrix} = \underline{\dot{r}}(t) \quad \text{oder umgekehrt} \quad \underline{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int v_x(t)\,dt \\ \int v_y(t)\,dt \\ \int v_z(t)\,dt \end{pmatrix} = \int \underline{v}\,(t)dt$$

$\underline{v} = \dot{s} \cdot \underline{\tau}$

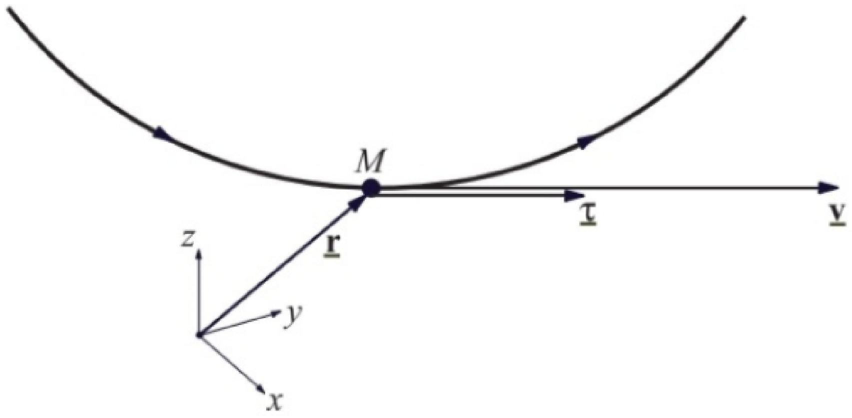
↳ tangential an der Bahnkurve

$\underline{r} \xrightarrow{\text{Ableitung}} \underline{\dot{r}} = \underline{v}$

$\underline{r} = \int \underline{v}\,dt \xleftarrow[\text{Integral}]{} \underline{v}$

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 2



Schnelligkeit

$\dot{s}$ $\underline{v}$

Achtung: Unterschied Schnelligkeit (Skalar) und Geschwindigkeit (Vektor)

Schnelligkeit: $\dot{s} = |\underline{v}|$

Schnelligkeit $\dot{s}$ als Betrag des Vektors $\underline{v}$ in kartesischen Koordinaten $\underline{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix}$ ist:

$$\dot{s}(t) = |\underline{v}(t)| = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2 + v_z(t)^2}$$

-> Wie bestimmt man die Schnelligkeit für zylindrische und sphärische Basis?

Einführung Schnellübung 2

Ortsvektor und Geschwindigkeit

Woche 1   Ableitung

	Ortsvektor	Geschwindigkeit
Kartesisch	$\underline{\mathbf{r}} = x\underline{\mathbf{e}}_x + y\underline{\mathbf{e}}_y + z\underline{\mathbf{e}}_z$	$\underline{\mathbf{v}} = \dot{\underline{\mathbf{r}}} = \dot{x}\underline{\mathbf{e}}_x + \dot{y}\underline{\mathbf{e}}_y + \dot{z}\underline{\mathbf{e}}_z$
Zylindrisch	$\underline{\mathbf{r}} = \rho\underline{\mathbf{e}}_\rho + z\underline{\mathbf{e}}_z$	$\underline{\mathbf{v}} = \dot{\underline{\mathbf{r}}} = \dot{\rho}\underline{\mathbf{e}}_\rho + \rho\dot{\varphi}\underline{\mathbf{e}}_\varphi + \dot{z}\underline{\mathbf{e}}_z$
Sphärisch	$\underline{\mathbf{r}} = r\underline{\mathbf{e}}_r$	$\underline{\mathbf{v}} = \dot{\underline{\mathbf{r}}} = \dot{r}\underline{\mathbf{e}}_r + r\dot{\theta}\underline{\mathbf{e}}_\theta + r\sin\theta\dot{\psi}\underline{\mathbf{e}}_\phi$

Versuchen Sie die Umrechnungen zu verifizieren, indem sie die Transformation selbst nachrechnen (siehe Hausübung 2)

n.ethz.ch/~suruthiralin

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Kartesisch

$$\underline{r} = x \cdot \underline{e}_x + y \cdot \underline{e}_y + z \cdot \underline{e}_z = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Ableitung ⇒ Produktregel

$$\underline{v} = \underline{\dot{r}} = \dot{x} \cdot \underline{e}_x + x \cdot \underbrace{\underline{\dot{e}}_x}_{0} + \dot{y} \underline{e}_y + y \underbrace{\underline{\dot{e}}_y}_{0} + \dot{z} \underline{e}_z + z \underbrace{\underline{\dot{e}}_z}_{0}$$

⇒ Null, da $\underline{e}_x$, $\underline{e}_y$, $\underline{e}_z$ nicht zeitabhängig sind (const.)!

$$\boxed{\underline{v} = \underline{\dot{r}} = \dot{x} \cdot \underline{e}_x + \dot{y} \underline{e}_y + \dot{z} \underline{e}_z}$$

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Tipps Schnellübung 2

Aufgabe 1

a) Unterschied zwischen geometrischem und materiellem Punkt
Gesucht: $\underline{v}_P = v_{Px} \cdot \underline{e}_x + v_{Py} \cdot \underline{e}_y$

b) -

Tipps Schnellübung 2

$$
\begin{tikzcd}
\sin(x) \arrow[r, "\frac{d}{dx}"] & \cos(x) \arrow[d, "\frac{d}{dx}"] \\
-\cos(x) \arrow[u, "\frac{d}{dx}"] & -\sin(x) \arrow[l, "\frac{d}{dx}"]
\end{tikzcd}
$$

Aufgabe 2

a) Herleitung der Geschwindigkeit in zylindrischer Basis (siehe Tabelle zur Verifizierung)
Achtung: Ableitung von $\underline{e}_\varphi$ mit Hilfe kartesischer Basisvektoren

b) Siehe erhaltene Formel in a)

Tipps Hausübung 2

Aufgabe 1

Alle Informationen <u>sauber aufschreiben</u> und folgende Punkte beachten

- Anfangsbedingungen aufschreiben
- Zweiter Zustand beschreiben
- Alle Informationen werden nur einmal gebraucht!

Aufgabe 2

a) Betrag eines Vektors

$$|\underline{u}| = \sqrt{\underline{u} \cdot \underline{u}}$$

b) Richtung eines Vektors konstant

$$\underline{u}(t) = k(t) \cdot \underline{e}_u$$

c) Ebene wird durch Vektoren aufgespannt.
Ein Vektor parallel zur Ebene kann durch diese ausgedrückt werden.

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme